

## מבחן אמצע מחצית ראשונה

### הנחיות לנבחן

- א. משך המבחן 3 שעות. אין לצאת ב- 45 הדקות האחרונות של הבחינה.
- ב. יש לפתור את כל השאלות.
- ג. מותר להשתמש בדפי הנוסחאות המצורפים בלבד.
- ד. בכל שאלה, חובה למצוא את כל התשובות. חובה לנמק כל תשובה ולפשטה ככל הניתן.
- ה. כל נוסחה שנעשה בה שימוש ואינה מופיעה בדף הנוסחאות - חייבת הוכחה.

### שאלה מס' 1 - 20%

- א. (10%) הוכח: בכל משולש, נקודת החיתוך של התיכונים מחלקת כל אחד מהתיכונים לשני קטעים, ביחס של 1:2.
- ב. (10%) במשולש ישר זווית  $ABC$  ( $\sphericalangle B = 90^\circ$ ), התיכונים  $BE$  ו-  $CD$  נחתכים בנקודה  $F$ . חשב את היחס  $BF : AC$ . נמק כל שלב!

### שאלה מס' 2 - 10%

פתור: 
$$\frac{-x^4 + 5x^2 - 4}{|x^2 + 4x - 12| \cdot (x - 9)^3} \geq 0$$

### שאלה מס' 3 - 20%

נתונה מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} (5m + 3)x + (m - 1)y = 4 \\ (m + 2)x + y = m - 4 \end{cases}$$

- א. (10%) עבור אילו ערכים של  $m$ :
  - (1) אין פתרונות למערכת?
  - (2) יש למערכת פתרון אחד?
  - (3) יש למערכת אינסוף פתרונות?
- ב. (10%) עבור אילו ערכים של  $m$ , הפתרון  $(x, y)$  מקיים:  $x \cdot y > 0$ ?

### שאלה מס' 4 - 30%

- א. (15%) צייר על אותה מערכת צירים, את הגרפים של הפונקציות הבאות:
 
$$y = -x^2 + 4|x| + 12 \quad \text{ו-} \quad m > 0, y = |x + m| - |x| + m$$
- ב. (15%) עבור אלו ערכים של  $m$ , יש למשוואה:  $m > 0, -x^2 + 5|x| + 12 = |x + m| + m$  שלושה פתרונות?

### שאלה מס' 5 - 20% (אין קשר בין הסעיפים)

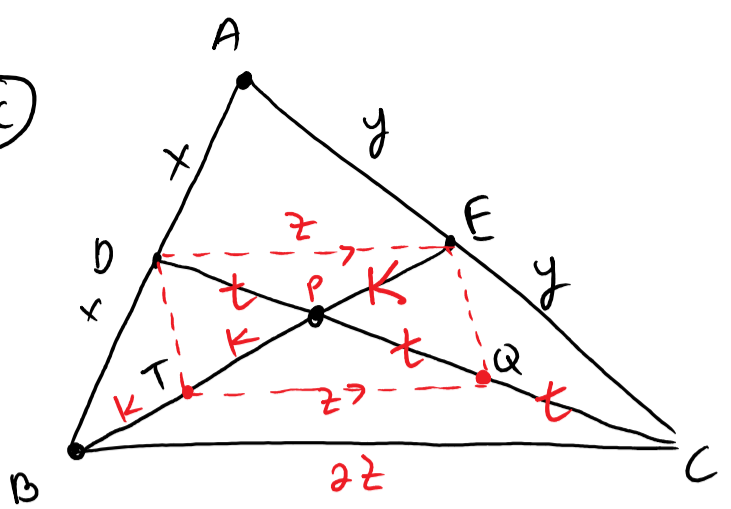
- א. (10%) במשולש שווה שוקיים  $ABC$ , נתון אורך הבסיס:  $AC$  שווה ל-38 ס"מ. הזווית החיצונית לזווית  $B$  שווה ל-  $60^\circ$ . חשבו את המרחק מהקדקוד  $C$  לישר  $AB$ .
- ב. (10%) בטרפז  $ABCD$ ,  $AB$  הוא הבסיס הקטן,  $CD$  הבסיס הגדול ו-  $AC$  האלכסון הקצר. האלכסון  $AC$  יוצר זווית של  $30^\circ$  עם הבסיס הקטן. נקודה  $E$  על הבסיס הגדול, כך שמתקיים:  $BE \perp AC$ . נתון:  $BE = a$ , ו-  $DE = b$ . הביע בעזרת  $a$  ו-  $b$  את אורך קטע האמצעים של הטרפז.



בהצלחה!

הטאלון  
קלאמטרוג

(1) (c)



BF תיכון  
CD תיכון

הם ניבט'ם כנקודה P

$DE = z, DE \parallel BC \Leftrightarrow$  (כ.ק) DE

נסמן את צד PC - z  
נסמן את צד PB - z

$TQ = z, TQ \parallel BC \Leftrightarrow$  (כ.ק) TQ

DEQT ממוקם שבו כל צדו נוקיאל שאלו אמת לואל  
זמן חא מקוואל

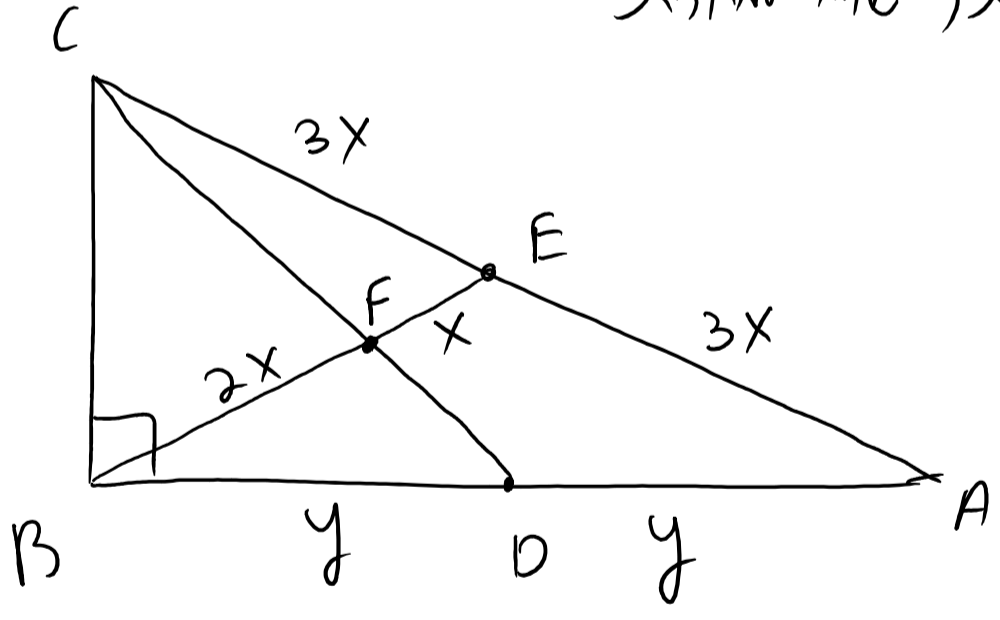
$EP = PT = z, DP = PQ = z$

פס:  $CP = 2PD, BP = 2PE$  (כ.ק.נ.ע.)

כאין צומה ניין עקצו עקאר הגיכון הנאס סיזלר  
מקוקקו צוק מכלט הגיכון

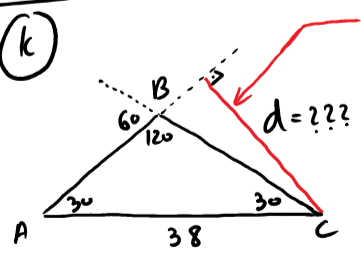
הגיכון ע'יג, שאלו אמצו  
היג

(?)



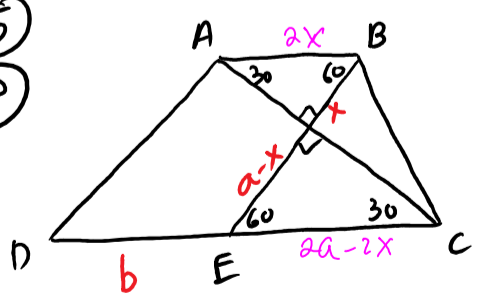
$\frac{BF}{AC} = \frac{2x}{6x} = \frac{1}{3}$

(5) (k)



ניצב מול 30  
שאלו אמצו  
מ'יג  
 $d = \frac{38}{2} = 19$

(5) (?)

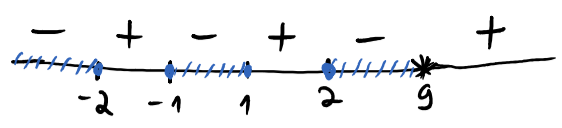


ניצב מול 30 שאלו  
אמצו מ'יג

$כ.ק = \frac{2x + b + 2a - 2x}{2}$

$כ.ק = \frac{1}{2}b + a$

②  $\frac{-x^4 + 5x^2 - 4}{|x^2 + 4x - 12| (x-9)^3} \geq 0$



לפיכך  
כך נראה

$$\frac{x^4 - 5x^2 + 4}{|(x+6)(x-2)| (x-9)^3} = \frac{(x^2-4)(x^2-1)}{|x+6||x-2|(x-9)^3} = \frac{(x-2)(x+2)(x-1)(x+1)}{|x+6||x-2|(x-9)^3} \leq 0$$

$x \neq -6 \quad x \neq 2 \quad x \neq 9$

$x \neq -6 \quad x \leq -2 \quad -1 \leq x \leq 1 \quad 2 < x < 9$

③  
k  $\Delta \begin{vmatrix} 5m+3 & m-1 \\ m+2 & 1 \end{vmatrix} = 5m+3 - (m-1)(m+2) = 5m+3 - m^2 - m + 2 = -m^2 + 4m + 5 = -(m^2 - 4m - 5) = -(m-5)(m+1)$

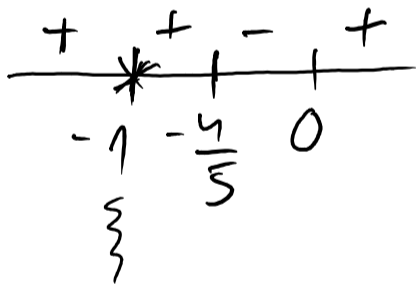
$\Delta x \begin{vmatrix} 4 & m-1 \\ m-4 & 1 \end{vmatrix} = 4 - (m-1)(m-4) = 4 - m^2 + 5m - 4 = -m^2 + 5m = -m(m-5)$

$\Delta y \begin{vmatrix} 5m+3 & 4 \\ m+2 & m-4 \end{vmatrix} = (5m+3)(m-4) - 4(m+2) = 5m^2 - 17m - 12 - 4m - 8 = 5m^2 - 21m - 20 = 5m^2 - 25m + 4m - 20 = 5m(m-5) + 4(m-5) = (m-5)(5m+4)$

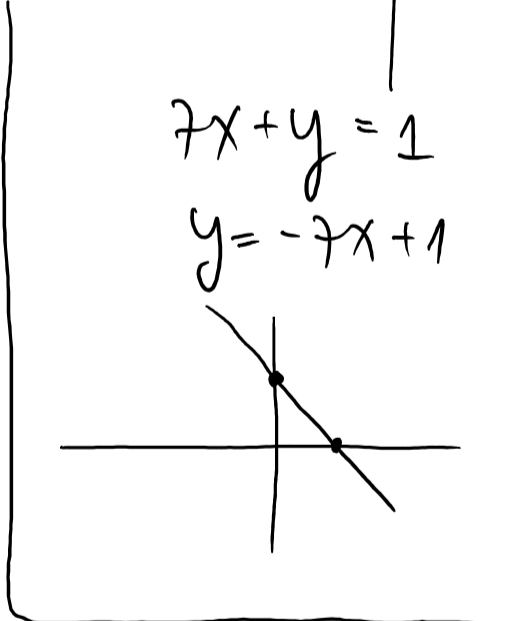
$-(m-5)(m+1) \quad X = -m(m-5)$   
 $-(m-5)(m+1) \quad y = (m-5)(5m+4)$

|   |          |          |
|---|----------|----------|
| 3' ה'   | 1/c      | $\infty$ |
| $m \neq 5$<br>$m \neq -1$                           | $m = -1$ | $m = 5$  |
| $\left( \frac{m}{m+1}, -\frac{(5m+4)}{m+1} \right)$ |          | ↑        |

⑦  $-\frac{m}{m+1} \cdot \frac{(5m+4)}{m+1} > 0$   
 $\frac{m(5m+4)}{(m+1)^2} < 0$



$-\frac{4}{5} < m < 0$

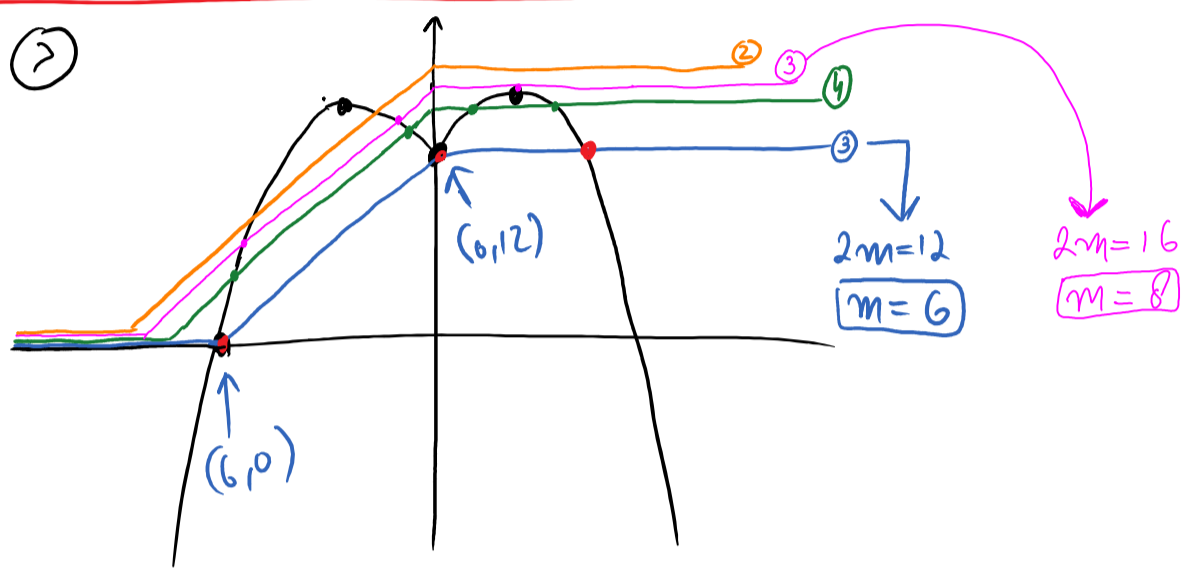
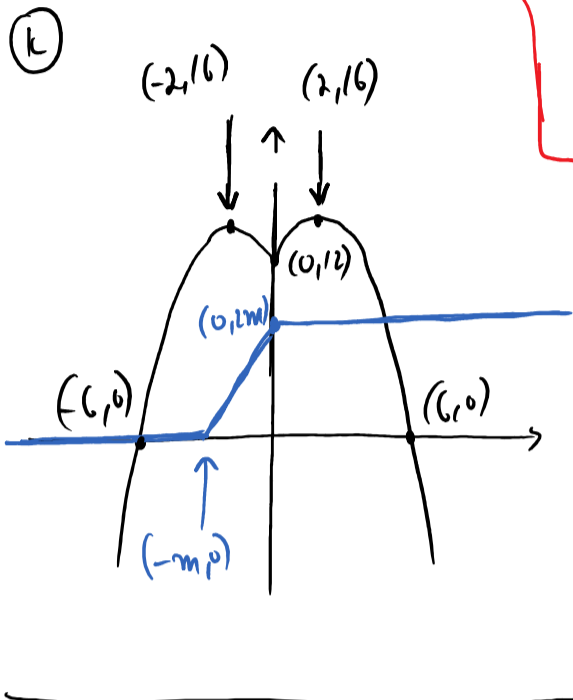


①  $y = -x^2 + 4|x| + 12$  (→ 15)

②  $x > 0; y = -x^2 + 4x + 12 = -(x^2 - 4x - 12) = -(x-6)(x+2) \Rightarrow \{(6,0), (0,12), (2,16)\}$   
 $x \leq 0; y = -x^2 - 4x + 12 = -(x^2 + 4x - 12) = -(x+6)(x-2) \Rightarrow \{(-6,0), (0,12), (-2,16)\}$

$y = |x+m| - |x| + m$   
 $m > 0$

|                      |                                      |                                 |
|----------------------|--------------------------------------|---------------------------------|
| $x \leq -m$          | $-m < x \leq 0$                      | $x > 0$                         |
| $y = -x - m + x + m$ | $y = x + m + x + m$<br>$y = 2x + 2m$ | $y = x + m - x + m$<br>$y = 2m$ |
| $y = 0$              |                                      |                                 |
| $(-m, 0)$            |                                      | $(0, 2m)$                       |



$-x^2 + 5|x| + 12 = |x+m| + m$   
 $-x^2 - 4|x| + 12 = |x+m| - |x| + m$